

## Застосування модернізованого методу усереднених характеристик в задачах теорії плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах

О.В. Лисенко\*, Г.А. Олексієнко, М.О. Феденко

Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007 Суми, Україна

(Отримано 18.09.2015; опубліковано online 24.12.2015)

Продемонстровано техніку застосування модернізованого методу усереднених характеристик на прикладі кубічно-нелінійної теорії плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах (СЛВЕ) Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками. Використовуючи цю техніку отримано систему вкорочених диференціальних рівнянь для амплітуд хвиль, які враховують множинні параметричні взаємодії гармонік хвилі просторового заряду (ХПЗ). Знайдені рівні насичення. Показано, що урахування мультигармонічних взаємодій гармонік ХПЗ призводить до зменшення рівня насичення сигналу у два та більше разів. Продемонстровано, що плазмово-пучкові СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками можуть використовуватись як потужні джерела когерентного електромагнітного випромінювання у міліметровому діапазоні довжин хвиль.

**Ключові слова:** Метод усереднених характеристик, Супергетеродинні лазери на вільних електронах, Плазмово-пучкова нестійкість, Мультигармонічні параметричні резонанси.

PACS numbers: 02.60.Cb, 41.60. – m,  
52.35. – g

### 1. ВСТУП

Ця стаття є продовженням роботи [1], в якій викладено модернізований метод усереднених характеристик для вирішення задач мультигармонічних резонансних взаємодій у пристроях потужнострумової електроніки. У роботі [1] подані модернізовані схеми асимптотичного інтегрування, які є більш простими порівняно з схемами немодернізованого методу [2, 3]; зроблено висновок, що запропонований метод є більш ефективним.

Подана робота має на меті дві задачі. По-перше, у роботі на прикладі конкретної задачі продемонстрована техніка застосування модернізованого методу усереднених характеристик. По-друге, у цій статті у рамках кубічно-нелінійного наближення проведено аналіз нелінійної динаміки хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному лазері на вільних електронах (СЛВЕ) Н-убітронного типу з гвинтовим електронним пучком. Увага до СЛВЕ викликана тим, що такі пристрої здатні створювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання у міліметровому-субміліметровому діапазоні довжин хвиль [2-23]. Особливістю СЛВЕ є те, що такі пристрої мають високі підсилювальні властивості порівняно з іншими типами лазерів на вільних електронах (ЛВЕ) завдяки використанню додаткового механізму підсилення. Як такий механізм у плазмово-пучкових СЛВЕ використовується плазмово-пучкова нестійкість, у двопотокових СЛВЕ – двопотокова нестійкість [2, 23, 24]. Такі нестійкості мають винятково високі інкременти зростання. Тому і відповідні СЛВЕ також мають високі коефіцієнти підсилення. Слід зазначити, що хвилі просторового заряду, які підсилюються завдяки плазмово-пучковій або двопотоковій нестійкостям характеризуються квазілінійним законом дисперсії [2, 23, 24]. Це призводить до збудження великої кількості гармонік ХПЗ, які взає-

модіють між собою. Між такими гармоніками виникають множинні резонансні взаємодії [19]. Тому задачі аналізу нелінійної динаміки у такого типу пристроях є досить складними. Виникає необхідність пошуку нових більш ефективних обчислювальних схем. Модернізований метод усереднених характеристик відноситься саме до таких нових розрахункових схем.

В цій статті на основі модернізованого методу усереднених характеристик отримано систему диференціальних рівнянь для амплітуд хвиль з урахуванням кубічно-нелінійних доданків для плазмово-пучкового СЛВЕ Н-убітронного типу із гвинтовими електронними пучками. Проведено аналіз мультигармонічних взаємодій хвиль. Раніше аналіз процесів у СЛВЕ з гвинтовими електронними пучками було проведено лише у наближенні слабкого сигналу [21, 22]. У цих роботах було показано, що використання гвинтових електронних пучків у плазмово-пучкових СЛВЕ призводить до збільшення коефіцієнта підсилення порівняно з пристроями, у яких електронний пучок входить у систему співвісно з фокусуємим магнітним полем. Однак рівні насичення, вплив на них множинних резонансів та механізми насичення знайдені не були. Ці завдання вирішені у поданій статті.

### 2. МОДЕЛЬ ПЛАЗМО-ПУЧКОВОГО СЛВЕ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ

Схема плазмово-пучкового СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовим електронним пучком подана на рис. 1. Електронний релятивістський пучок 2 з ленгмюрівською частотою  $\omega_b$  проходить крізь плазму 1, яка характеризується ленгмюрівською частотою  $\omega_p$  ( $\omega_b \ll \omega_p$ ). Плазмово-пучкова система розташована у поздовжньому фокусуємому магнітному полі з інду-

\* lysenko\_@ukr.net

кцією  $B_0$ . Циклотронна частота обертання електронів у магнітному полі набагато менша за ленгмюрівську частоту плазми ( $\omega_H \ll \omega_p$ ). Вектор швидкості електронів гвинтового релятивістського пучка  $\mathbf{u}_b$  спрямований під кутом  $\beta$  до осі Z (рис. 1),  $\text{tg}\beta = \bar{v}_{b\perp} / \bar{v}_{bz}$ , де  $\bar{v}_{b\perp}$  та  $\bar{v}_{bz}$  – його усереднені поперечна і поздовжня компоненти. Як накачка використовується ондулятор 3 з періодично реверсивним магнітним полем. Період ондуляції  $\Lambda = 2\pi/k_2$ . На вхід системи також подаємо електромагнітний сигнал з частотою  $\omega_1$  і хвильовим числом  $k_1$ . Як результат параметричного резонансу між хвилею сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$  та полем ондулятора  $\{k_2\}$  в плазмово-пучковій системі збуджується хвиля просторового заряду із частотою першої гармоніки  $\omega_{3,1}$  і хвильовим числом  $k_{3,1}$ . Частоти та хвильові числа хвиль у досліджуваній системі пов'язані між собою умовою параметричного резонансу

$$\omega_{3,1} = \omega_1, \quad k_{3,1} = k_1 + k_2. \quad (1)$$

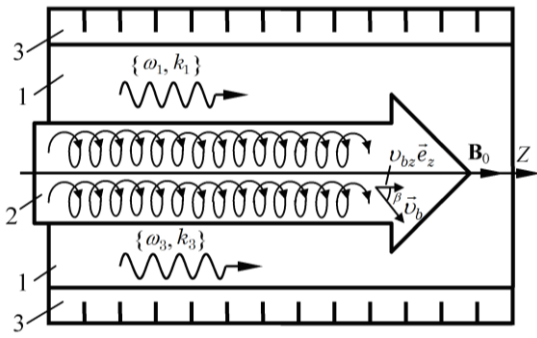


Рис. 1 – Схема плазмово-пучкового СЛБЕ Н-убітронного типу з гвинтовим електронним пучком

У плазмово-пучковому СЛБЕ використовується ефект супергетеродинного підсилення. Його сутність полягає у використанні додаткового механізму підсилення однієї із трьох хвиль, які беруть участь у трихвильовому параметричному резонансі. У досліджуваному СЛБЕ як такий механізм використовується плазмово-пучкова нестійкість [2, 23, 24] для підсилення хвилі ХПЗ. Саме тому параметр пристрою вибираємо так, щоб інкремент зростання хвилі ХПЗ за рахунок плазмово-пучкової нестійкості був максимальним. Відомо, що інкременти зростання плазмово-пучкової нестійкості є дуже високі [2, 23, 24]. Саме завдяки цьому підсилення супергетеродинних ЛБЕ мають значно більші коефіцієнти підсилення порівняно з іншими типами ЛБЕ.

Ще однією з особливостей плазмово-пучкового СЛБЕ є те, що хвиля ХПЗ, яка зростає внаслідок плазмово-пучкової нестійкості, характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю [2, 23, 24]:

$$k_{3,m} \approx \omega_{3,m} / \bar{v}_{bz}, \quad (2)$$

де індекс « $m$ » – номер гармоніки,  $k_{3,m}$  та

$\omega_{3,m} = \omega_{3,1} \cdot m$  – хвильове число і частота  $m$ -ї гармоніки відповідно. Таким чином, частоти і хвильові числа  $m$ -х гармонік пропорційні номеру гармоніки  $m$ . Тому між гармоніками хвиль просторового заряду виникає велика кількість трихвильових параметричних резонансів

$$\omega_{3,m1} = \omega_{3,m2} + \omega_{3,m3}, \quad k_{3,m1} = k_{3,m2} + k_{3,m3}, \quad (3)$$

де  $m_1, m_2, m_3$  – номери гармонік. Враховуючи (2), вирази (3) зводяться до співвідношення

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (4)$$

Зауважимо,  $m_1, m_2, m_3$  є цілими числами. Тому умова (4) може бути виконана багатьма способами, наприклад,  $2 = 1 + 1$ ,  $3 = 2 + 1$  і т. д. Такі трихвильові взаємодії призводять до збудження вищих гармонік ХПЗ. Також зазначимо, що врахування таких резонансних взаємодій є досить не простою задачею у побудові кубічно-нелінійної теорії плазмово-пучкових СЛБЕ. Модернізований метод усереднених характеристик дозволяє вирішувати задачі такого типу. Далі при аналізі динаміки хвиль у СЛБЕ будемо враховувати множинні трихвильові резонансні взаємодії гармонік ХПЗ, що задовольняють умові (3).

### 3. СИСТЕМА КУБІЧНО-НЕЛІНІЙНИХ ВКОРОЧЕНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ КОМПЛЕКСНИХ АМПЛІТУД ХВІЛЬ

Електричні  $\mathbf{E}$  та магнітні  $\mathbf{B}$  компоненти полів електромагнітного сигналу (індекс «1») та Н-убітронної накачки (індекс «2») у досліджуваному плазмово-пучковому СЛБЕ вважаємо монохроматичними

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= (E_{1x} \mathbf{e}_x + E_{1y} \mathbf{e}_y) e^{ip_1} + c.c., \\ \mathbf{B}_1 &= (B_{1x} \mathbf{e}_x + B_{1y} \mathbf{e}_y) e^{ip_1} + c.c., \\ \mathbf{B}_2 &= (B_{2x} \mathbf{e}_x + B_{2y} \mathbf{e}_y) e^{ip_2} + c.c., \end{aligned} \quad (5)$$

де  $p_\chi = \omega_\chi t - k_\chi z$  ( $\chi = 1, 2$ ;  $\omega_2 = 0$ ).

Як було сказано вище, ХПЗ характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю. Це призводить до збудження вищих гармонік ХПЗ. Тому напруженість електричного поля хвилі ХПЗ має мультигармонічний характер

$$\mathbf{E}_3 = \sum_{m=1}^N (E_{3z,m} e^{ip_{3,m}} + c.c.) \mathbf{e}_z, \quad (6)$$

де  $p_{3,m} = m\omega_{3,1}t - k_{3,m}z$  – фаза  $m$ -ї гармоніки;  $N$  – кількість гармонік ХПЗ, яку приймаємо до уваги для вирішення задачі. Результируючі електричні й магнітні поля в робочому об'ємі досліджуваного СЛБЕ мають вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_0. \quad (7)$$

Як вихідні рівняння для чисельного аналізу використовуємо релятивістське квазігідродинамічне

рівняння [2, 23, 24], рівняння неперервності та рівняння Максвелла. Пошук розв'язку розбиваємо формально на три незалежні етапи: 1) знаходження розв'язку задачі руху електронів плазми та релятивістського електронного пучка за відомими електромагнітними полями; 2) розв'язування рівняння неперервності, приймаючи швидкості за відомі; 3) розв'язок задачі збудження електромагнітних полів, вважаючи швидкості та концентрації частинок відомими функціями.

Задачу руху та неперервності розв'язуємо за допомогою модернізованого методу усереднених характеристик [1], задачу збудження електромагнітного поля – за допомогою методу повільно змінних амплітуд [2, 23, 24]. При цьому враховуємо особливості множинних параметрично-резонансних взаємодій (1), (3).

Розв'язування задачі руху. Розглянемо випадок, коли розкидом електронів за швидкостями та їх зіткненнями можна знехтувати. Для знаходження розв'язку задачі руху відповідно до модернізованого методу усереднених характеристик [1] проводимо перехід до характеристик квазігідродинамічного рівняння. Доповнюємо систему рівняннями для швидких фаз. Вважаємо, що амплітуди хвиль повільно змінюються з часом  $t$ . Для опису такої залежності вводимо повільний час  $\tau = t/\xi$ . Як результат отримуємо систему рівнянь у стандартному вигляді (співвідношення (32) в роботі [1]):

$$\frac{dv_{qx}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_x + \frac{1}{c} (v_{qy} B_z - v_{qz} B_y) - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (8)$$

$$\frac{dv_{qy}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_y - \frac{1}{c} (v_{qx} B_z - v_{qz} B_x) - \frac{v_{qy}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (9)$$

$$\frac{dv_{qz}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_z + \frac{1}{c} (v_{qx} B_y - v_{qy} B_x) - \frac{v_{qz}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (10)$$

$$\frac{d\gamma_q}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} [E_x v_{qx} + E_y v_{qy} + E_z v_{qz}], \quad \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\xi}, \quad (11)$$

$$\frac{dp_{1,q}}{dt} = \omega_1 - k_1 v_{qz} \equiv \Omega_{1,q}, \quad \frac{dp_{2,q}}{dt} = -k_2 v_{qz} \equiv \Omega_{2,q}, \quad (12)$$

$$\frac{dp_{3,q,m}}{dt} = m \omega_{3,1} - k_{3,m} v_{qz} \equiv \Omega_{3,q,m}, \quad (13)$$

$$\frac{dp_{b0}}{dt} = -\frac{\omega_H}{\gamma_b} + \frac{e}{m_e \gamma_b v_{b\perp}} \left[ \cos p_{b0} \left( E_y + \frac{v_{bz}}{c} B_x \right) - \sin p_{b0} \left( E_x - \frac{v_{bz}}{c} B_y \right) \right] \equiv \Omega_{b0}. \quad (14)$$

В цих рівняннях  $v_{qx}$ ,  $v_{qy}$  та  $v_{qz}$  – компоненти вектора швидкості електронів пучка та плазми (тут і далі індекс  $q$  приймає значення  $b$  і  $p$ ; індексом  $b$

характеризуємо параметри пучка, індексом  $p$  – параметри плазми);

$\gamma_q = (1 - (v_{qx}^2 + v_{qy}^2 + v_{qz}^2)/c^2)^{-1/2}$  – релятивістський фактор;  $p_{b0} = \arctg(v_{by}/v_{bx})$  – фаза обертання електронів пучка;  $v_{b\perp} = \sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2}$  – поперечна швидкість електронів пучка;  $\omega_H = eB_0/(m_e c)$  – циклотронна частота обертання електронів у поздовжньому магнітному полі;  $c$  – швидкість світла;  $e$  та  $m_e$  – заряд та маса електрона.

Порівняємо систему (8)-(14) з (32) в [1] і запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функції  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\boldsymbol{\Psi}$  і вектор фазових швидкостей  $\boldsymbol{\Omega}$  у явному вигляді

$$\mathbf{x} = \{x_{v_{qx}}, x_{v_{qy}}, x_{v_{qz}}, x_{\gamma_q}, x_{\tau}\} = \{v_{qx}, v_{qy}, v_{qz}, \gamma_q, \tau\},$$

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{v_{qx}}, X_{v_{qy}}, X_{v_{qz}}, X_{\gamma_q}, X_{\tau}\},$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_{qx}} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_x + \frac{1}{c} (v_{qy} B_z - v_{qz} B_y) - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (15)$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_{qy}} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_y - \frac{1}{c} (v_{qx} B_z - v_{qz} B_x) - \frac{v_{qy}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (16)$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_{qz}} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_z + \frac{1}{c} (v_{qx} B_y - v_{qy} B_x) - \frac{v_{qz}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (17)$$

$$\frac{1}{\xi} X_{\gamma_q} = \frac{e}{m_e \gamma_q} [E_x v_{qx} + E_y v_{qy} + E_z v_{qz}], \quad \frac{1}{\xi} X_{\tau} = \frac{1}{\xi}, \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \{p_1, p_2, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}, p_{ob}\},$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{1,b}, \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{b0}\}.$$

Далі використовуємо описаний в [1] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз. Відповідно до цього алгоритму переходимо до усереднених змінних

$$v_{qx} = \bar{v}_{qx} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}),$$

$$v_{qy} = \bar{v}_{qy} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_y}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}),$$

$$v_{qz} = \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}), \quad \gamma_q = \bar{\gamma}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{q\gamma}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}),$$

$$\tau = \bar{\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{q\tau}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}). \quad (19)$$

Рівняння для усереднених змінних мають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{qx}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{qv_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{qy}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{qv_y}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \\ \frac{d\bar{v}_{qz}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{qv_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\gamma}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\gamma}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \\ \frac{d\bar{\tau}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\tau}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \end{aligned} \quad (20)$$

Обмежуємося третім наближенням за  $1/\xi$ . Алгоритм знаходження функцій  $\mathbf{u}^{(n)}$  і  $\mathbf{A}^{(n)}$  відомий (співвідношення (35)–(41) [1]). У підсумку отримуємо  $u_{\tau}^{(n)} = 0$  для будь-яких  $n$ ;  $A_{\tau}^{(1)} = 1$ ,  $A_{\tau}^{(n)} = 0$  для  $n > 1$ ;  $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$ ,  $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$ ,  $A_{v_y}^{(1)} = A_{v_y}^{(2)} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{qv_x}^{(1)} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \times \\ &\times \sum_{\chi=1}^2 \left[ \left( \frac{\bar{\Omega}_{\chi,q}}{\omega_{\chi}} \right) \left( \frac{i\bar{\Omega}_{\chi,q} E_{\chi x} + \omega_{H,q} E_{\chi y}}{\left( (\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{\chi,q})^2 \right)} \right) \exp(ip_{\chi}) + c.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} u_{qv_y}^{(1)} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \times \\ &\times \sum_{\chi=1}^2 \left[ \left( \frac{\bar{\Omega}_{\chi,q}}{\omega_{\chi}} \right) \left( \frac{i\bar{\Omega}_{\chi,q} E_{\chi y} - \omega_{H,q} E_{\chi x}}{\left( (\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{\chi,q,m})^2 \right)} \right) \exp(ip_{\chi}) + c.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} u_{qv_z}^{(1)} &= \frac{e}{m_e} \left( 1 - \bar{v}_{qz}^2 / c^2 \right)^{3/2} \times \\ &\times \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E(\bar{\tau})_{3,m}}{i\bar{\Omega}_{3,q,m}} \exp(ip_{3,q,m}) + c.c. \right] \end{aligned}$$

і так далі. Таким чином, отримуємо як розв'язки для осциляторних складових проекцій швидкостей (19), так і для їх постійних складових (20).

Розв'язування рівняння неперервності виконуємо аналогічно. Перетворюємо рівняння неперервності до стандартного вигляду (співвідношення (32) в [1]). Швидкість вважаємо відомою функцією (19), (20) від швидких фаз, постійної складової швидкості та повільно змінних амплітуд електричних і магнітних полів. Доповнимо систему рівняннями для швидких фаз (12)–(14). У підсумку одержуємо систему у стандартному вигляді

$$\begin{aligned} \frac{dn_q}{dt} &= -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \\ \frac{dp_{1,q}}{dt} &= \omega_1 - k_1 v_{qz} \equiv \Omega_{1,q}, \quad \frac{dp_{2,q}}{dt} = -k_2 v_{qz} \equiv \Omega_{2,q}, \\ \frac{dp_{3,q,m}}{dt} &= m\omega_{3,1} - k_{3,m} v_{qz} \equiv \Omega_{3,q,m} \\ \frac{dp_{b0}}{dt} &= -\frac{\omega_H}{\gamma_b} + \frac{e}{m_e \gamma_b v_{b\perp}} \left[ \cos p_{b0} \left( E_y + \frac{v_{bz}}{c} B_x \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sin p_{b0} \left( E_x - \frac{v_{bz}}{c} B_y \right) \right] \equiv \Omega_{b0}. \end{aligned} \quad (21)$$

Порівняємо систему (21) зі стандартною (співвідношення (32) в [1]) і запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функції  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\Psi$  і вектор фазових швидкостей  $\Omega$  у явному вигляді для рівняння неперервності

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_n\} = \{n_p, n_b\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{nq}\} = \left\{ -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\}, \\ \Psi &= \{p_1, p_2, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}, p_{ob}\}, \quad (22) \\ \Omega &= \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{1,b}, \\ &\quad \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{b0}\}. \end{aligned}$$

Нагадаємо, що тут швидкість вважається відомою функцією. Далі використовуємо описаний в [1] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик. Відповідно до цього алгоритму переходимо до усереднених змінних

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{nq}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (23)$$

Рівняння для усередненої концентрації мають вигляд

$$\frac{d\bar{n}_q}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{nq}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (24)$$

Використовуємо алгоритм знаходження  $\mathbf{u}^{(n)}$  та  $\mathbf{A}^{(n)}$ , який описаний в [1] (співвідношення (35)–(41)). У результаті знаходимо функції  $u_{nq}^{(1)}/\xi$ ,  $u_{nq}^{(2)}/\xi^2$ ,  $u_{nq}^{(3)}/\xi^3$ ,  $A_{nq}^{(1)}/\xi$ ,  $A_{nq}^{(2)}/\xi^2$ ,  $A_{nq}^{(3)}/\xi^3$ , які визначають розв'язки для концентрації (23), (24) з точністю до кубічних доданків за  $1/\xi$ .

Для отримання розв'язків задачі збудження електромагнітних полів підставляємо у рівняння Максвелла розв'язки для швидкості (19) і концентрації (23). Враховуємо, що розв'язки для швидкостей та концентрації парціальних пучків, які отримані з використанням модернізованого методу усереднених характеристик, мають вигляд рядів за малим параметром  $1/\xi$ . Розкладаємо їх також у ряди за гармоніками швидких фаз. В результаті проведення обчислень отримуємо для амплітуд напруженості електричного поля електромагнітної хвилі сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$  та амплітуд гармонік напруженості електричного поля поздовжньої хвилі ХПЗ  $\{\omega_{3,m}, k_{3,m}\}$  систему диференціальних рівнянь у кубічно-нелінійному наближенні

$$\begin{aligned} K_2 \frac{\partial^2 E_{1x}}{\partial t^2} + K_1 \frac{\partial E_{1x}}{\partial t} + D_1 E_{1x} &= K_3 E_{3z,1} B_{2x}^* + FX_1, \\ K_2 \frac{\partial^2 E_{1y}}{\partial t^2} + K_1 \frac{\partial E_{1y}}{\partial t} + D_1 E_{1y} &= K_3 E_{3z,1} B_{2y}^* + FY_1, \\ C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} &= C_{3,m} E_{1x} B_{2y} \delta_{m,1} + \\ &+ C_{4,m} \left\langle \int E_z \left( \int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} + C_{5,m} \left\langle \left( \int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} + FZ_{3,m}. \end{aligned} \quad (25)$$

В цих рівняннях

$$D_1(\omega_1, k_1) = \frac{i}{c\omega_1} \left[ k_1^2 c^2 - \omega_1^2 + \sum_q^{b,p} \left[ \frac{\omega_q^2}{\bar{\gamma}_q (\Omega_{1,q} + \eta_1 \omega_{H,q} / \bar{\gamma}_q)^2} \times \left( \Omega_{1,q} (\Omega_{1,q} + \eta_1 \omega_{H,q} / \bar{\gamma}_q) - \frac{\bar{v}_{q\perp}^2}{2c^2} (\omega_1^2 - k_1^2 c^2) \right) \right] \right], \quad (26)$$

$$D_{3,m} = -\frac{i\omega_{3,m}}{c} \left( 1 - \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{\Omega_{3,q,m}^2 \bar{\gamma}_q^3} \right). \quad (27)$$

дисперсійні функції електромагнітної хвилі сигналу (26) та позовджної хвилі ХПЗ (27);

$$K_1 = \frac{\partial D_1}{\partial(i\omega_1)}; \quad K_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_1}{\partial(i\omega_1)^2};$$

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(i\omega_{3,m})}; \quad C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(i\omega_{3,m})^2};$$

$$K_3 = \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2 e}{m_e \Omega_{3,q,1} \bar{\gamma}_q^2 c^2} \left[ - \left( \frac{(\Omega_{1,q} - \eta_2 \omega_{H,q})}{(\omega_{H,q})^2} - (\Omega_{1,q})^2 \right) \left( \left( 1 - 2 \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) + \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \left( \frac{(\Omega_{3,q,1} - \eta_2 \omega_{H,q})}{(\Omega_{2,q})^2 - (\omega_{H,q})^2} \right) \right) \right] +$$

$$+ \left( \frac{k_{3,1} \bar{v}_{zq}}{\Omega_{3,q,1}} \left( 1 - \frac{\bar{v}_{zq}^2}{c^2} \right) \frac{(\Omega_{2,q} + \eta_2 \omega_{H,q})}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{2,q})^2} \right);$$

$$C_{3,m} = \sum_q^{b,p} \frac{e}{m_e c^3} \frac{\omega_q^2 \omega_{3,m} (1 + \eta_1 \eta_2)}{\Omega_{3,q,m}^2 \bar{\gamma}_q^2} \times$$

$$\times \left[ \frac{\Omega_{1,q}}{\omega_{1,q}} \frac{\Omega_{1,q} + \eta_1 \omega_{H,q}}{(i\Omega_{1,q})^2 + (\omega_{H,q})^2} - \left( \frac{ck_1}{\omega_1} - \frac{\bar{v}_{qz}}{c} \right) \frac{\bar{v}_{qz} \Omega_{2,q} + \eta_2 \omega_{H,q}}{(i\Omega_{2,q})^2 + (\omega_{H,q})^2} \right];$$

$$C_{4,m} = \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{c \bar{\gamma}_q^4 \Omega_{3,q,m}^3} \frac{e}{m_e} \left[ \frac{2\bar{v}_{z,q} k_{3,m}^2 + \omega_{3,m} k_{3,m}}{\Omega_{3,q,m} \bar{\gamma}_q^2} - 3 \frac{\bar{v}_{z,q} \omega_{3,m}}{c^2} \right];$$

$$C_{5,m} = \sum_q^{b,p} \left[ \frac{\omega_q^2}{c \bar{\gamma}_q^6} \frac{e}{m_e} \frac{k_{3,m}}{\Omega_{3,q,m}^3} \right].$$

$$FX_1 = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left( \bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{nq}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{nq}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_1};$$

$$FY_1 = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left( \bar{n}_q u_{v_y,q}^{(3)} + u_{nq}^{(1)} u_{v_y,q}^{(2)} + u_{nq}^{(2)} u_{v_y,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_1};$$

$$FZ_{3,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left( \bar{n}_q u_{v_z,q}^{(3)} + u_{nq,m}^{(1)} u_{v_z,q}^{(2)} + u_{nq,m}^{(2)} u_{v_z,q}^{(1)} + u_{nq,m}^{(3)} \bar{v}_{qz} \right) \right\rangle_{p_{3,m}}$$

– функції, які враховують кубічно-нелінійні доданки до відповідних рівнянь.

Функції  $u_{nq}^{(1)}/\xi$ ,  $u_{nq}^{(2)}/\xi^2$ ,  $u_{nq}^{(3)}/\xi^3$  визначають осциляторні складові концентрації (23) пучка та плазми в першому, другому і третьому наближенні відповідно;  $u_{v_x,q}^{(1)}/\xi$ ,  $u_{v_x,q}^{(2)}/\xi^2$ ,  $u_{v_x,q}^{(3)}/\xi^3$ ,  $u_{v_y,q}^{(1)}/\xi$ ,  $u_{v_y,q}^{(2)}/\xi^2$ ,

$u_{v_z,q}^{(3)}/\xi^3$ ,  $u_{v_z,q}^{(1)}/\xi$ ,  $u_{v_z,q}^{(2)}/\xi^2$ ,  $u_{v_z,q}^{(3)}/\xi^3$  – осциляторні компоненти 1-го, 2-го та 3-го наближень швидкостей  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  (19);  $\bar{v}_{bz}$  – середня позовджня швидкість електронів пучка;  $\bar{v}_{pz}=0$  – середня позовджня швидкість електронів плазми;  $\delta_{m,1}$  – символ Кронекера;

$$\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m},$$

$$\bar{\gamma}_q = 1 / \sqrt{1 - (\bar{v}_q / c)^2}.$$

Зазначимо, для досліджуваної системи власними є циркулярно-поляризовані електромагнітні хвилі, зв'язок між амплітудами полів яких має вигляд  $\eta_1 = E_{1y,m} / (iE_{1x,m}) = \pm 1$ ,  $\eta_2 = B_{2y,m} / (iB_{2x,m}) = \pm 1$ , де  $\eta_1$  – знакова функція, що характеризує напрямок обертання вектора напруженості електричного поля циркулярно-поляризованої хвилі сигналу,  $\eta_2$  – знакова функція, що характеризує напрямок обертання спірального магнітного поля накачки. Коефіцієнти  $K_3$ ,  $C_3$  характеризують параметрично-резонансну взаємодію хвиль в досліджуваній системі у квадратичному наближенні. З аналізу  $C_3$  отримуємо, що для реалізації параметричного резонансу у квадратичному наближенні необхідно, щоб електричне поле хвилі сигналу та магнітне поле накачки мали однаковий напрямок обертання. Тобто або за годинниковою стрілкою ( $\eta_1 = +1$ ,  $\eta_2 = +1$ ), коли дивитися вздовж вектора напруженості магнітного поля, або проти годинникової стрілки ( $\eta_1 = -1$ ,  $\eta_2 = -1$ ). В іншому випадку  $C_3$  буде дорівнювати нулю.

Коефіцієнти в (25) також залежать від постійних складових швидкостей  $\bar{v}_q$  та концентрацій  $\bar{n}_q$  парціальних пучків. Тому систему рівнянь (25) доповнюємо рівняннями для постійних складових

$$\frac{d\bar{v}_q}{dt} = V_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (28)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dt} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (29)$$

Функції  $V_q = \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} A_{qv_z}^{(3)}$ ,  $N_q = \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} A_{nq}^{(3)}$  враховують

кубічно-нелінійні доданки, які залежать від хвильових чисел, частот, амплітуд полів, постійних складових швидкостей  $\bar{v}_q$  та концентрацій  $\bar{n}_q$ .

Отриману систему кубічно-нелінійних рівнянь (25), (28)-(29) аналізуємо чисельно. Ця система рівнянь описує нелінійні процеси в плазмово-пучковому СЛВЕ Н-убітронного типу, дозволяє визначити рівні насичення та інші параметри досліджуваної системи.

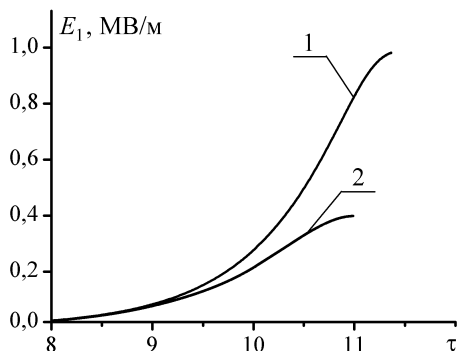
#### 4. АНАЛІЗ

Аналіз динаміки хвиль проводимо в плазмово-пучковому СЛВЕ з наступними параметрами: ленгмюрівська частота плазми  $\omega_p = 1 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , ленгмю-

рівська частота пучка  $\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , кінетична енергія пучка 0,51 MeV, індукція фокусуєчого магнітного поля 0,28 Тл, амплітуда першої гармоніки магнітного поля накачки

$$B_{2,1} = \sqrt{|B_{2x,1}|^2 + |B_{2y,1}|^2} = 0,01 \text{ Тл.}$$

Використовуючи дисперсійні співвідношення для поперечних  $D_1(\omega_1, k_1) = 0$  (співвідношення (26)) і поздовжніх  $D_{3,1}(\omega_{3,1}, k_{3,1}) = 0$  (співвідношення (27)) хвиль, нескладно визначити частоти і хвильові числа хвиль, які беруть участь у параметричному резонансі (1). Як показано у роботі [20], трихвильові параметричні взаємодії в СЛВЕ з Н-убітронною накачкою можливі в чотирьох різних випадках. Позначимо ці режими через *A*, *B*, *C* та *D*. У режимі *B* бере участь високо-частотна права циркулярно-поляризована електромагнітна хвиля сигналу, якщо дивитися вздовж магнітного поля ( $\eta_1 = -1$ ), в режимах *A*, *C* і *D* – високо-частотна ліва циркулярно-поляризована електромагнітна хвиля сигналу ( $\eta_1 = +1$ ). У режимах *A*, *B* та *C* високо-частотна електромагнітна хвиля рухається вздовж осі *Z* (рис 1), у режимі *D* – в протилежному напрямку. При цьому хвильове число  $k_{3,1}$  і частоту  $\omega_{3,1}$  першої гармоніки ХПЗ вибираємо так, щоб її інкремент зростання внаслідок плазмово-пучкової нестійкості мав максимальне значення.

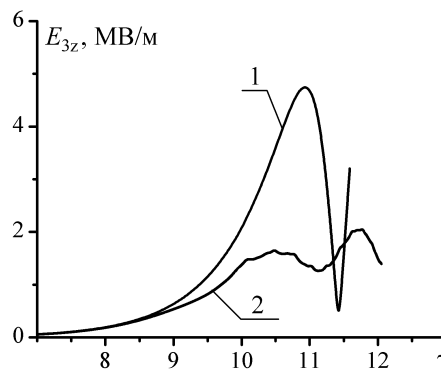


**Рис. 2** – Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу  $E_1$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для режиму взаємодії *C*,  $\beta = 30^\circ$ . Крива 1 побудована за умови врахування тільки перших гармонік хвиль, що взаємодіють; крива 2 враховує множинні параметричні резонанси перших десяти гармонік ХПЗ

Використовуючи стандартні чисельні методи, проаналізуємо динаміку хвиль у плазмово-пучковому СЛВЕ за допомогою рівнянь (25), (28), (29).

З'ясуємо, як впливають множинні трихвильові параметричні резонанси взаємодії гармонік ХПЗ на динаміку високо-частотної електромагнітної хвилі сигналу. На рис. 2 подані залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу  $E_1 = \sqrt{|E_{1x}|^2 + |E_{1y}|^2}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ , де  $\delta\omega_0$  інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості для кута вльоту пучка

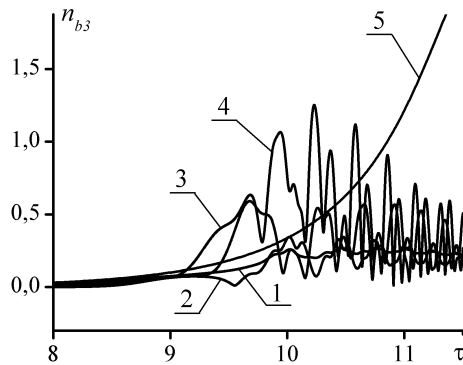
$\beta = 0^\circ$ . Розрахунки проводились для режиму взаємодії *C*,  $\beta = 30^\circ$ . На рис. 2 крива 1 подає результат розрахунку, коли врахована взаємодія хвиль тільки перших гармонік. Крива 2 отримана у результаті розрахунків, коли врахований вплив множинних трихвильових резонансних взаємодій перших десяти гармонік ХПЗ. Порівнюючи криві 1 та 2 на рис. 2 бачимо, що вплив вищих гармонік ХПЗ приводить до зменшення рівня насичення хвилі сигналу більш ніж у два рази (крива 2). Це означає, що множинні резонансні взаємодії між гармоніками ХПЗ істотно впливають на нелінійні процеси в плазмово-пучковий СЛВЕ. Також відзначимо, що з урахуванням множинних резонансів ХПЗ (рис. 2, крива 2) в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значень  $\sim 0,4$  МВ/м за умови достатньо невисокої накачки  $B_{2,1} = 0,01$  Тл. Довжина хвилі сигналу в вакуумі для цього режиму  $\lambda_1 = 2\pi c / \omega_1 \approx 1,9$  мм. Таким чином, плазмово-пучковий СЛВЕ може використовуватися як потужне джерело електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль. Аналогічний вплив множинних резонансних взаємодій на рівень насичення має місце і в режимах роботи *A*, *B* та *D*. Тому такі взаємодії обов'язково необхідно врахувати при аналізі динаміки хвиль у плазмово-пучковий СЛВЕ.



**Рис. 3** – Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для режиму роботи *C*,  $\beta = 30^\circ$ . Крива 1 враховує тільки перші гармоніки взаємодіючих хвиль, крива 2 враховує множинні параметричні резонанси перших десяти гармонік ХПЗ

Далі розглянемо динаміку амплітуд першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ, що збуджується в наслідок трихвильового параметричного резонансу (1) у плазмово-пучковій системі. На рис. 3 подані залежності амплітуд першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для режиму роботи *C* при куті вльоту електронного пучка  $\beta = 30^\circ$ . Тут, крива 1 побудована з урахуванням тільки перших гармонік хвиль, що беруть участь у параметричному резонансі, крива 2 враховує вплив мультигармонічних резонансів перших 10 гармонік ХПЗ. Рис. 3 показує, що насичення хвилі  $E_{3z}$  при врахуванні перших десяти гармонік ХПЗ (крива

2) зменшується більш ніж у два рази порівняно з кривою 1. Вплив множинних параметричних резонансних взаємодій між вищими гармоніками хвилі ХПЗ призводить до зменшення рівня насичення і напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$ . Саме через зменшення напруженості електричного поля ХПЗ відбувається зменшення і амплітуди електричного поля сигналу  $E_1$  (рис. 2), який пов'язаний з ХПЗ через параметричну резонансну взаємодію.



**Рис. 4** – Залежності амплітуд гармонік концентрації пучка  $n_{b3}$  нормовані на постійну складову концентрації пучка  $n_{b3}/\bar{n}_b$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  з урахуванням (криві 1-4) і без урахування (крива 5) множинних параметричних резонансних взаємодій ХПЗ

На рис. 4 подані залежності амплітуд гармонік концентрації пучка  $n_{b3}$  нормовані на постійну складову концентрації пучка  $n_{b3}/\bar{n}_b$  від нормованого часу  $\tau$  з урахуванням (криві 1-4) і без урахування (крива 5) множинних параметричних взаємодій ХПЗ. Крива 1 відповідає першій гармоніці концентрації пучка  $n_{b3,1}$ , крива 2 відповідає другій гармоніці  $n_{b3,2}$ , крива 3 відповідає третій гармоніці  $n_{b3,3}$ , крива 4 відповідає четвертій гармоніці  $n_{b3,4}$ , крива 5 відповідає першій гармоніці  $n_{b3,1}$ , розрахунок якої проводився без урахування мультигармонічних взаємодій ХПЗ. З рис. 4 випливає, коли не приймати до уваги взаємодію вищих гармонік ХПЗ, то насичення амплітуди першої гармоніки концентрації пучка  $n_{b3}$  відсутнє (крива 5). Тобто саме множинні взаємодії вищих гармонік ХПЗ відповідають за якісну динаміку гармонік концентрації пучка. Кардинально змінюється динаміка амплітуд гармонік концентрації пучка за умови врахування множинних взаємодій вищих гармонік хвилі ХПЗ (криві 1-4). Бачимо, що в цьому випадку амплітуди вищих гармонік концентрації пучка не тільки мають сумірні значення з амплітудою першої гармоніки, а навіть перевищують її. Слід зазначити, що електричне поле хвилі ХПЗ створюється як зарядами плазми, так і електронами пучка. Як показують дослідження амплітуди вищих гармонік концентрації плазми є набагато меншими за амплітуду першої гармоніки. Через те, що концентрація плазми суттєво більша за концентрацію пучка, то саме коливання плазми вносять основний

вклад в формування електричного поля ХПЗ. Однак не зважаючи на це, коливання електронів пучка призводить до зменшення амплітуди електричного поля ХПЗ більш ніж у два рази, а також створює незначні осциляції амплітуди першої гармоніки електричного поля ХПЗ (крива 2, рис. 3). Таким чином, для проведення аналізу динаміки хвиль у плазмово-пучковому СЛВЕ потрібно обов'язково враховувати множинні параметричні взаємодії гармонік хвилі ХПЗ.

Аналізуючи динаміку амплітуди першої гармоніки електричного поля ХПЗ (рис. 3) та динаміку амплітуд концентрації пучка (рис. 4) бачимо, що частота осциляцій амплітуд концентрації пучка  $n_{b3}$  в декілька разів більша за частоту осциляцій амплітуди електричного поля  $E_{3z}$ . Така ситуація стає можливою за умови захвату електричним полем ХПЗ електронів пучка [23]. Електрони відбиваються від стінок квазіпотенціальної ями, яку утворює електричне поле ХПЗ і тому частота осциляцій амплітуди концентрації пучка у декілька разів вища за частоту осциляцій електричного поля ХПЗ. Також слід звернути увагу на те, що амплітуда коливань концентрації пучка нормованих на його постійну складову в умовах насичення приблизно дорівнює одиниці. Це означає, що електронний пучок під час насичення є повністю промодульованим, розбитим на згустки. Таким чином, насичення підсилення плазмово-пучкових СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками відбувається через механізм захоплення електронів пучка плазмовою хвилею.

## 5. ВИСНОВОК

Таким чином, у цій статті продемонстрована техніка застосування модернізованого методу усереднених характеристик [1] на прикладі кубічно-нелінійної теорії плазмово-пучкових СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками. Описана методика знаходження й отримання системи вкорочених рівнянь для амплітуд хвиль. Враховано множинні резонансні взаємодії гармонік хвилі ХПЗ.

Проведено аналіз резонансних взаємодій у досліджуваному СЛВЕ. З'ясовано, що множинні резонансні взаємодії гармонік хвилі просторового заряду відіграють істотну роль, зокрема, призводять до зменшення рівня насичення сигналу у два та більше разів. Це означає, що для проведення аналізу динаміки хвиль у СЛВЕ множинні параметричні взаємодії потрібно обов'язково враховувати.

Встановлено, що насичення у плазмово-пучковому СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками визначається захопленням електронів пучка плазмовою хвилею.

З'ясовано, що рівень насичення у досліджуваному СЛВЕ є достатньо високим (амплітуда напруженості електромагнітної хвилі сигналу має значення  $\sim 0,4$  МВ/м за умови достатньо невисокої накачки  $B_{2,1} = 0,01$  Тл). Це означає, що плазмово-пучкові СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками можуть використовуватись як потужні джерела когерентного електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.



## Применение модернизированного метода усредненных характеристик в задачах теории плазменно-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах

А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко, М.А. Феденко

Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007 Сумы, Украина

Продемонстрирована техника применения модернизированного метода усредненных характеристик на примере кубически-нелинейной теории плазменно-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах (СЛСЭ) H-убитронного типа с винтовыми электронными пучками. Используя эту технику, получена система укороченных дифференциальных уравнений для амплитуд волн, которая учитывает множественные параметрические взаимодействия гармоник волны пространственного заряда (ВПЗ). Определены уровни насыщения. Показано, что учет мультигармонических взаимодействий гармоник ВПЗ приводит к уменьшению уровня насыщения сигнала в два и более раз. Продемонстрировано, что плазменно-пучковые СЛСЭ H-убитронного типа с винтовыми электронными пучками могут использоваться как мощные источники когерентного электромагнитного излучения в миллиметровом диапазоне длин волн.

**Ключевые слова:** Метод усредненных характеристик, Супергетеродинные лазеры на свободных электронах, Плазменно-пучковая неустойчивость, Мультигармонические параметрические резонансы.

## Application of the Modernized Method of Averaged Characteristics in Theory Problems of Plasma-beam Superheterodyne Free Electron Lasers

A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, M.O. Fedenko

Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine

We demonstrate the technique use of the modernized method of averaged characteristics in the cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free electron lasers (SFEL) of the H-ubitron type with helical electron beams. We obtain the truncated differential equations set for wave amplitudes that take into account plural parametric interactions of harmonics of space charge wave (SCW) using this technique. The saturation levels have been found. We show that the multiharmonic interactions of SCW harmonics result in decreases of the signal saturation two or more times. It was demonstrated that plasma-beam SFEL of the H-ubitron type with helical electron beams can be used as powerful sources of coherent electromagnetic radiation in the millimeter wavelength range.

**Keywords:** Method of averaged characteristics, Superheterodyne free electron lasers, Plasma-beam instability, Multiharmonic parametric resonances.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, G.V. Bychenko, O.A. Koloskova, *J. Nano- Electron. Phys.* **7** No 2, 02015 (2015).
- V.V. Kulish, *Hierarchical Electrodynamics and Free Electron Lasers: Concepts, Calculations, and Practical Applications* (Boca Raton, London, New York: CRC Press: 2011).
- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik, *J. Infrared Milli. Terahz. Wave.* **33**, 149 (2012).
- T. Mohsenpour, N. Mehrabi, *Phys. Plasmas* **20**, 082133 (2013).
- S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, M. Aghamir, *Chinese Phys. B* **21**, 094103 (2012).
- W. Liu, Z. Yang, Z. Liang, *Int. J. Infrared Millim. Wave.* **27**, 1073 (2006).
- N. Mahdizadeh, F.M. Aghamir, *J. Appl. Phys.* **113**, 083305(5) (2013).
- S. Saviz, M. Karimi, *Chin. Phys. B* **23**, 034103 (2014).
- T. Mohsenpour, O.K. Rezaei Rami, *Phys. Plasmas* **21**, 072113 (2014).
- W. Liu, Z. Yang, Y. Wang, P. Liu, C. Zhao, *IEEE T. Plasma Sci.* **42**, 42 (2014).
- B.W.J. McNeil, G.R.M. Robb, *Phys. Rev. E* **70**, 035501 (2004).
- H. Mehdian, N. Abbasi, *Phys. Plasmas* **15**, 013111 (2008).
- D.V. Rose, T.C. Genoni, D.R. Welch, E.A. Startsev, R.C. Davidson, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **10**, 034203 (2007).
- A.V. Arzhannikov, et al., *Fusion Sci. Technol.* **63**, 82 (2013).
- Yu.V. Bobylev, M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze, *Plasma Phys. Report.* **35**, 484 (2009).
- Yu.V. Bobylev, V.A. Panin, M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze, *Plasma Phys. Report.* **37**, 1125 (2011).
- V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko, *Int. J. Infrared Milli. Wave.* **14**, 451 (1993).
- V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko, *Int. J. Infrared Milli. Wave.* **15**, 77 (1994).
- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Yu. Rombovsky, *Plasma Phys. Report.* **36**, 594 (2010).
- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval, *Techn. Phys. Lett.* **35**, 696 (2009).
- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky, *Acta Physica Polonica A* **126**, 1263 (2014).
- V.V. Kulish, A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky, *Prikladnaja Fizika (Appl. Phys.)* No 5, 24 (2014).
- М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков, *Плазменная релятивистская СВЧ-электроника* (Москва: МГТУ им. Баумана: 2002) (M.V. Kiselev, A.A. Rukhadze, P.S. Strelkov, *Plazmennaya relyativistskaya SVCh-elektronika* (Moskva: MGTU im. Baumana: 2002)).
- P.M. Bellan, *Fundamentals of Plasma Physics* (Cambridge: Cambridge University Press: 2006).